

ゲーム理論と最適化手法

第8回: 組合せ最適化問題

上田 俊

佐賀大学工学部

Email: sgrueda@cc.saga-u.ac.jp

Web: <https://www.fu.is.saga-u.ac.jp/sgrueda/>

2019年11月26日

卒論テーマ：万能工作機械

- あなたは機械工学科の学生で，万能工作機械の作成が卒論テーマとなった。
- ほとんどの機能は偉大な先輩たちが完成させており，残りはドリルで必要なねじ穴をあける機能だけである。
- あなたは穴をあける最適な順番を求めるアルゴリズムの開発を命じられた。

ドリル穴あけ問題

- インスタンス: 平面上の n 個の点
 $p_1, \dots, p_n \in \mathbb{R}^2$
- タスク: $\sum_{i=1}^{n-1} d(p_{\pi(i)}, p_{\pi(i+1)})$ が最小となるような順列
 $\pi: \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, n\}$ を求める.
- AI の知識があるあなたは強化学習・遺伝的アルゴリズム・ニューラルネットワークのどれかで解決できるのではないかと考えた.

再訪：巡回セールスマン問題

- ドリル穴あけ問題は巡回セールスマン問題のバリエーションのひとつ。
- 巡回セールスマン問題は典型的な**組合せ最適化問題**であり，実は 10000 都市以上でも現実的な時間で解ける。
 - IBM ILOG CPLEX といった汎用最適化エンジン等も販売されている。
 - 素人が遺伝的アルゴリズムを工夫したところで太刀打ちできない。

チューリング機械

- 計算時間を議論するための仮想的な機械
- 有限の状態を持つ機械と読み書き用テープを持つ。
 - テープに問題が記されている。
 - テープを読み、内部状態を変化させることで計算する。
 - 計算が終わると、テープに答えが書き出され停止する。
- 現代のコンピュータはチューリング機械を模倣できる。

多項式時間チューリング機械

- 問題サイズ n に対して、計算の長さが n の多項式で抑えられるチューリング機械
- 全ての問題に対して、計算時間 $\leq p(n)$ となるような多項式 $p(n)$ が存在する.
- 多項式時間チューリング機械が存在する問題は多項式時間で計算可能といい、簡単に解ける.
 - クラス \mathbf{P} はそのような決定問題の集合.

クラス NP

- 問題サイズの多項式時間で**解の検証**ができる問題のクラス
- 多項式時間で**解けるか否か**はわからない。(有名な $P \neq NP$? 問題)
 - もちろん、多項式時間アルゴリズムは見つかっていない。
 - 多項式時間アルゴリズムがないという証明もない。
- 巡回セールスマン問題も **NP** に属する。
- ゲーム理論で解くことを要求される問題は、クラス **NP** に属することも多い。

NP の意味

- 非多項式 non-polynomial **ではない**.
- 非決定性多項式 nondeterministic polynomial の略
- 計算時間が多項式で抑えられる**非決定性チューリング機械**が存在する.
 - かなり乱暴に言うと，内部状態が確率的に遷移できる。(まるで量子のように!)
 - ただし，量子コンピュータが非決定性チューリング機械を模倣できるという証明はない。

まとめ (メッセージ)

- 「AIで解く = 手軽で簡単な問題解決法」ではない。
- 紹介した機械学習，遺伝的アルゴリズム，ニューラルネットワーク，どれも職人芸的なチューニングを必要とする。
- 問題特有に知識を活用できるかどうかが重要

来週から

- ゲーム理論の内容に入ります.
- 第8回小レポートは欠番.
- 中間レポートは準備中です. 来週には用意します.